

平成 27 年度三重大学大学院人文社会科学研究所（修士課程）入学試験問題

試験科目〔専門科目：科目名 計量経済学

〕 受験番号

以下のすべての問いに答えよ。

二つの変数 x_i, y_i がペアで観察され、 $i = 1 \dots n$ の標本が存在する。両変数の間に回帰モデル $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ を当てはめ、最小二乗法によるパラメータ推定 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ を考える。誤差項 ε_i は平均ゼロ、定数の分散に従う確率変数と仮定する。推定される残差を $\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i$ と定義する。 x_i, y_i の平均を $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 、 $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ と表す。

1. 正規方程式より、 $\sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i = 0$ 、かつ $\sum_{i=1}^n x_i \hat{\varepsilon}_i = 0$ であることを示せ。
2. 正規方程式を解き、 $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x}$ となることを示せ。
3. 同じく、 $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ となることを示せ。